

Čisté ladenie

Dominik Kruppa

„Čisté ladenie“ je názov novo zostrojeného ladenia, ktoré som vytvoril, a ktorého cieľom je presadiť sa na poli ladenia klavírov a iných klávesových nástrojov ako náhrada súčasného štandardného Rovnomerne temperovaného ladenia. Bolo zostrojené tak, aby si zachovalo možnosť hrať bez obtiaží vo všetkých tóninách, a tým bolo použiteľné pre modernú hudbu, zároveň však obsahuje prvky starých ladení, čo spôsobuje, že stará hudba v ňom znie autentickjšie než v Rovnomerne temperovanom ladení. Ako „čisté“ sa označuje preto, že je založené na pomerne malých celočíselných pomeroch, vďaka čomu znejú jeho intervaly a akordy v priemere podstatne čistejšie než v Rovnomerne temperovanom ladení.

Obsah

Resumé.....	3
Úvod.....	4
Akordy.....	4
Tóniny.....	5
Ciele pre nové ladenie.....	5
Čisté intervaly.....	6
Harmonické rady.....	6
Vhodné tóny a intervaly.....	7
Kvinty a tercie.....	7
Čisté ladenie.....	8
Analýza kvínt.....	9
Analýza veľkých tercií.....	10
Analýza malých tercií.....	10
Vlastnosti.....	11
Porovnanie s historicky používanými ladeniami.....	12
O možných iných čistých ladeniach.....	12
Postup ladenia podľa sluchu.....	13
Praktické ukážky.....	15
Záver.....	15

Resumé

Účelom tejto štúdie je uviesť a objasniť základné požiadavky na ladenie, ktoré má byť univerzálne a schopné nahradiť Rovnomerne temperované ladenie na klávesových nástrojoch. Diskutované sú potrebné veľkosti kvínt a tercií. Vysvetlený je princíp čistých intervalov. Uvedený je spôsob zostrojenia „Čistého ladenia“ a podrobná analýza jeho intervalov ako aj ostatných jeho vlastností. Intervaly aj vlastnosti sú následne porovnané s inými vybranými ladeniami. Je zdôvodnené, prečo toto ladenie už nemožno zlepšiť. Popísaný je tiež postup, ako ho naladiť na klávesový nástroj podľa sluchu.

Záber jednotlivých vysvetlení a tém je v skutku veľmi veľký a neumožňuje ísť do väčších podrobností, ktoré by si vyžiadali samostatné štúdie. Prínos tohto článku však má byť predovšetkým praktický – prinesené ladenie je možné naladiť na vlastnom klavíri a začať ho používať.

Úvod

Je to viac než storočie, čo si Rovnomerne temperované ladenie vydobylo pozíciu štandardu v hudbe, nielen na klávesových nástrojoch. Prečo tomu tak bolo, nie je predmetom skúmania tejto práce, predsa len však chcem načrtnúť základné možné dôvody, z ktorých potom budem vychádzať pri zostrojení nového ladenia.

Základné dôvody pre všeobecné rozšírenie Rovnomerne temperovaného ladenia sú snáď tri:

1. Jeho univerzalita, nakoľko sa dnes dá bez problémov naladiť na prakticky ktorýkoľvek nástroj a hrať v ňom viacej alebo menej autenticky hudba z ktoréhokoľvek obdobia.
2. Jednoduchosť použitia, nakoľko je pre hráčov na neklávesové nástroje jednoduchšie si rozdeliť strunu „rovnomerne“, a hlavne im stačí si pamätať veľkosti jednotlivých intervalov, pretože tie sú naprieč celým ladením nemenné.
3. Modulačné možnosti, nakoľko prechod z ľubovoľnej tóniny do inej nie je z hľadiska ladenia problematický.

Toto sú nesporné prednosti tohto ladenia. Medzi nevýhody je možné uviesť nasledovné:

1. Základné akordy sa stali pomerne disonantnými (neľubozvučnými) bez jediného, ktorý by bol viacej konsonantný (ľubozvučný).
2. Stratil sa rozdiel medzi tóninami.

Tieto dva body chcem v nasledovných riadkoch rozviesť ešte viacej.

Akordy

Akord je základnou stavebnou zložkou klasickej európskej harmónie. Až príchod ľubozvučných akordov vôbec umožnil jej vznik a rozvoj; v stredoveku sa totiž používalo Pytagorovo ladenie, v ktorom boli všetky veľké aj malé tercie natoľko disonantné, že sa im skladatelia vyhýbali a nebolo na nich možné stavať hudbu.

V neskoršom období, v renesancii a baroku, vo vtedajších stredotónových ladeniach, sa používali tercie pomerne ľubozvučné, často dokonca čisté. S nástupom takzvaných Well ladení sa potom ich ľubozvučnosť znížila, aby sa tým umožnilo použitie všetkých tónin. Well ladenia sa presadili vo vrcholnom baroku a až po romantizmus boli prevažne používané. Je teda možné povedať, že od renesancie po romantizmus európska hudba počítala s ľubozvučnejšími akordami, než aké počujeme dnes v Rovnomerne temperovanom ladení.

Toto bolo umožnené tým, že sa v uvedených obdobiach skladatelia viac alebo menej vyhýbali vzdialeným tóninám, teda tóninám obsahujúcim viacero béčiek či krížkov. V stredotónových ladeniach sa im vyhýbali úplne, nakoľko sú prakticky nehrateľné (obsahujú „nehudobné“ tzv. vlčie intervaly), v ladeniach Well čiastočne – boli používané vtedy, keď sa chcel využiť ich neľubozvučnejší charakter.

Rovnomerne temperované ladenie je možné použiť aj v najvzdialenejších tóninách bez toho, aby sa vyskytli nejaké väčšie disonancie. To je spôsobené tým, že všetky akordy znejú vo všetkých tóninách rovnako ľubozvučne či neľubozvučne, teda akord C-dur znie rovnako ako akord Cis-dur. Naproti tomu vo Well ladeniach znie akord C-dur veľmi ľubozvučne, niekedy dokonca celkom čisto, zatiaľčo akord Cis-dur býva pomerne veľmi disonantný.

V klasickej hudobnej literatúre sa však akord C-dur vyskytuje nepomerne častejšie než akord Cis-dur (alebo enharmonicky Des-dur), tak ako tónina C-dur a sa vyskytuje nepomerne častejšie než tónina Cis-dur (či Des-dur), a preto v priemere znie hudba týchto období v Rovnomerne temperovanom ladení disonantnejšie, neľubozvučnejšie než znela vo svojich dobových ladeniach.

Tóniny

V Rovnomerne temperovanom ladení sa stratil akýkoľvek rozdiel medzi intervalmi rovnakého druhu a tým tiež akýkoľvek rozdiel medzi rôznymi tóninami, na čom bola postavená hudba vrcholného baroka, hudba klasicizmu a čiastočne aj hudba romantizmu.

Christian Schubart v roku 1806 popísal subjektívnu charakteristiku jednotlivých tónin. Na ich rozdielnosti stavali veľkí skladatelia tej doby aj doby predošlej. Tónina bola jednou zo základných charakteristík hudby. Mnoho sa tiež hovorilo o tóninách s béčkami a krížikmi – diskusia, aká je dnes v Rovnomerne temperovanom ladení celkom bezpredmetná. V tomto ladení totiž nie je žiadny rozdiel medzi rôznymi tóninami (pravdaže okrem absolútnej výšky tónov).

Tónina platila za čosi ako „náladu“. Nálada skladby bola neodlučiteľne spojená s tóninou. Dnes už je možné rozlišovať iba medzi modami – dur a moll, prípadne inými – avšak rozdiel v „nálade“ medzi C-dur a D-dur nie je žiadny. Teda pri modulácii medzi týmito tóninami sa už dnes „nálada skladby“ nemení. To je dôsledok používania Rovnomerne temperovaného ladenia.

Ciele pre nové ladenie

Na základe povedaného je možné stanoviť ciele pre nové ladenie, ktoré má byť „lepšie“, presnejšie povedané „ľubozvučnejšie“ než Rovnomerne temperované ladenie, pritom si však zachovať podľa možnosti jeho prednosti. Východiská sú nasledovné:

1. Často používané tóniny majú znieť ľubozvučnejšie než menej často používané, lebo tým sa dosiahne v priemere väčšia ľubozvučnosť hudby; ani dnes to totiž nie je inak ako kedysi a tónina C-dur je stále ďaleko častejšie používaná než vzdialené tóniny. Týmto požiadavkom sa zároveň docieli rôzna „nálada“ rôznych tónin, teda tieto nálady ako také sa opäť vrátia do hudby.
2. Je potrebné použiť podľa možnosti čo najviac čistých intervalov (o tom ešte bude reč).
3. Hudba má byť hrateľná, a dobre hrateľná vo všetkých tóninách. Ani tie najvzdialenejšie tóniny nemajú znieť príliš disonantne, aby sa nedali použiť pre hudbu, ktorá bola pre ne napísaná. Tým sa dosiahne univerzalita ladenia a použiteľnosť pre každú, aj pre modernejšiu hudbu.
4. Modulácie majú byť bezproblémové, rozdiely medzi dvomi susednými tóninami (dominantná a subdominantná tónina) majú byť dostatočne malé a nie príliš kontrastné.

Jediné, čo nie je možné pri naplnení týchto bodov docieľiť, je taká jednoduchosť použitia (možno povedať tiež pohodlnosť použitia), aká je pri Rovnomerne temperovanom ladení. Naplnenie bodu č. 1 si totiž vynucuje použitie nerovnako veľkých intervalov rovnakého druhu, teda napríklad kvinta C – G môže byť inak veľká než kvinta A – E, alebo tercia C – E môže byť inak veľká než tercia G – H. Je však možné docieľiť, aby nebolo v ladení napríklad

12 rozdielne veľkých tercií, ale menej, a práve tak je to možné docieľiť aj s inými intervalmi.

V nasledujúcich statiach sa budem venovať realizácii týchto bodov. Predtým sa však ešte zmienim o čistých intervaloch.

Čisté intervaly

Ako čistý je interval označený vtedy, keď je tvorený malým celočíselným pomerom frekvencií tónov (slovo „malé“ v tejto definícii je trochu sporné). Tak napríklad čistá kvinta má pomer $3/2$, čistá kvarta $4/3$, veľká tercia $5/4$, malá tercia $6/5$.

Pojem „čistý“ značí, že v intervale nie je počuť kmitanie. Čím viac je interval vzdialený od čistého pomeru, tým je kmitanie rýchlejšie, až je nakoniec interval možno označiť prouto ako „rozladený“. Čím viac je interval čistý, tým viac je ľubozvučný, a naopak. „Rozladené“ intervaly sa odbornejšie nazývajú ako „vlčie“.

Tieto poznatky boli známe už v renesancii, a bolo tiež známe, že nemožno zostrojiť ladenie, v ktorom by boli všetky intervaly čisté. Tak napríklad Pytagorovo ladenie naladí jedenásť čistých kvint za tú cenu, že dvanásť bude vlčia. Iné ladenia naladia viacero čistých tercií, ale niektoré ďalšie budú vlčie. Rovnomerne temperované ladenie nenaladí ani jeden čistý interval (okrem oktávy), jednotlivé intervaly sú viac alebo menej konsonantné či disonantné. Kvinty sú ľubozvučné, tercie však už podstatne menej.

Menej známe je už, že možno zostrojiť intervaly, a to ešte zvlášť menovite tercie, ktoré budú čisté, a pritom v inom pomere než $5/4$, respektíve $6/5$. Ide o veľké tercie s pomerom $24/19$ a $34/27$ a malú terciu s pomerom $19/16$. Tento poznatok pri historických stredotónových ani Well ladeniach nebol braný do úvahy.

Tieto tercie sú „čiastočne čisté“. K tomu menšie vysvetlenie: Kmitanie, o ktorom som už hovoril, nemusí byť a nebýva v intervale iba jedno, ale spravidla sa v ňom, pokiaľ nie je celkom čistý, vyskytuje kmitaní viacero, v rôznych výškach. Kmitanie značí, že sa niektoré alikvótne tóny k sebe natoľko priblížili, že nastáva medzi nimi v podstate „trenie“, čo je počuť ako kmitanie. „Čiastočne čistý“ interval potom značí, že niektoré z kmitaní zanikli, a to preto, že intervaly medzi príslušnými alikvótnymi tónmi sa stali plne čistými.

Harmonické rady

Čisté intervaly vychádzajú z harmonickej rady, z alikvótnych tónov. Pokiaľ ide o to, zostrojiť čo najčistejšie ladenie, musíme si dobre rozmyslieť, ktoré alikvótne tóny chceme použiť.

Zmysel má pritom hovoriť iba o prvočíslach, lebo ostatné čísla sú od prvočísel iba odvodené, to znamená tieto prvočísla v sebe obsahujú. Tak napríklad interval $34/27$ v sebe obsahuje prvočísla 17, 2 a 3. To v praxi znamená toľko, že keď zaznie tento interval, budú tieto alikvótne tóny zvlášť posilnené čistým spôsobom, dá sa tiež povedať, že budú pre interval nosné. Na obšírnejšie vysvetlenie tu nie je miesto; je to každopádne možné nakresliť, a pre približnú predstavu odkazujem na svoj grafický generátor alikvótnych tónov v intervaloch a akordoch, ktorý sa nachádza na mojich stránkach:

<http://pure-tuning.net/generator>

Pri početných experimentoch som zistil, že vhodné prvočísla použiteľné pre európsku klasickú hudbu sú 2, 3, 5, 17 a 19. Je to možné aj teoreticky zdôvodniť, a to proste tak, že 17 je prvý alikvót, na ktorom sa vyskytuje malá sekunda, a 19 prvý alikvót, na ktorom sa vyskytuje malá tercia. Ďalšie informácie o tom je možné nájsť na nasledovnom odkaze:

http://en.wikipedia.org/wiki/Harmonic_series_%28music%29

Prvočísla 7, 11 a 13 sa mi ukázali ako nevhodné. Intervaly, ktoré ich obsahujú, znejú veľmi podivne, aspoň v kontexte európskej klasickej hudby. A skutočne, opäť to možno jednoducho teoreticky doložiť tým, že 7 tvorí akúsi podivne zmenšenú malú septimu, 11 zvláštny tritonus ležiaci kdesi medzi dvomi poltónmi a 13 podivne zväčšenú malú sextu.

Podobne podivne vyznejú aj provočísla 23, 29, 31 a vyššími má sotva ešte zmysel sa zaoberať, nakoľko rozdiel napríklad medzi alikvótom 30 a 31 je iba 57 centov, čo je už mimo klasickú európsku hudbu; je to už prakticky štvrttón. Pre porovnanie, rozdiel medzi alikvótom 18 a 19 je 94 centov a medzi alikvótom 19 a 20 je to 88 centov, teda poltón.

Vhodné tóny a intervaly

Aby sme sa vyhli intervalom a akordom, ktoré by zneli v porovnaní s Rovnomerne temperovaným príliš podivne a nehodiac sa na všetku tú hudbu, na ktorú sa toto ladenie hodí, je potrebné dodržať nasledovné pravidlá:

1. Poltóny musia byť prinajmenšom veľkosti 80 centov, inak budú znieť zvlášť pri chromatickej stupnici podivne.
2. Žiadny tón alebo interval sa nesmie líšiť od Rovnomerne temperovaného ladenia o viac než ± 20 centov, teda ± 20 centov od celej stovky, inak budú znieť v kontexte európskej klasickej hudby podivne. Tento bod je vlastne zobecnením bodu predchádzajúceho.

V nasledovnej stati budú z tohto pohľadu ešte zvlášť prebrané intervaly kvinta a tercia.

Kvinty a tercie

Mnohé historické ladenia sa vyznačujú veľmi disonantnými vzdialenými tóninami. V tomto je na tom Rovnomerne temperované ladenie podstatne lepšie, nakoľko ani v navzdialenejších tóninách nie je disonantné. Túto vlastnosť je žiadúce dosiahnuť, aby bolo umožnené hranie všetkej tej hudby, ktorú je možné hrať v Rovnomerne temperovanom ladení.

K tomu je potrebné stanoviť najhoršie prípustné kvinty a tercie. O ostatných intervaloch nie je až tak dôležité hovoriť, nakoľko kvinty a tercie sú základnými prvkami akordov; kvarty sú pritom iba obratom kvínt, a sexty obratmi tercií. Sekunda, septima a tritonus sú potom intervaly sami osebe disonantné, preto sú menšej dôležitosti.

Štúdiom mnohých ladení a vlastným experimentovaním som prišiel k nasledovným záverom:

1. Kvinty nesmú byť menšie než 696 centov.
2. Kvinty nesmú byť väčšie než čisté (701,96 centov). Pri porušení tohto bodu budú kvinty v priemere zbytočne disonantnejšie, než by to bolo nevyhnutné.
3. Veľké tercie musia byť menšie než pytagorejské, teda menšie než 407,82 centov, a ideálne menšie než 405 centov.
4. Veľké tercie nesmú byť menšie než čisté (386,31 centov). Pri porušení tohto bodu budú veľké tercie v priemere zbytočne disonantnejšie, než by to bolo nevyhnutné.
5. Malé tercie nesmú byť menšie než pytagorské, teda prinajmenšom 294,13 centov.

6. Malé tercie nesmú byť väčšie než čisté (315,64 centov). Pri porušení tohto bodu budú malé tercie v priemere zbytočne disonantnejšie, než by to bolo nevyhnutné.

Tieto pravidlá síce je možné porušiť, lenže tieto hodnoty mi prídu byť už krajnou medzou prípustnosti. Horšie hodnoty spôsobia už dosť značnú disonantnosť príslušných tónin, až príliš disonantný zvuk, príliš sa líšiaci od Rovnomerne temperovaného ladenia, takže sa pre skladby písané v tomto ladení v týchto tóninách nedajú dobre použiť.

Tu stojí za povšimnutie, že veľká väčšina historických ladení, pokiaľ neobsahujú priamo vlčie intervaly, tak obsahujú aspoň niekoľko pytagorejských veľkých tercií. Lenže tieto tercie sú už veľmi zlé a dajú sa použiť len špeciálnym spôsobom; určite ich nemožno použiť pre hocikáku hudbu. Ladenia, ktoré ich obsahujú, preto nie sú vhodné ako univerzálna náhrada Rovnomerne temperovaného ladenia.

Samozrejme, je možné tieto pravidlá ešte sprísniť. Akurát si tým zase nevyhnutne zhoršíme niektoré iné, ľubozvučnejšie intervaly, a okrem toho urobíme tóniny menej rozdielnymi, „nálady“ tónin menej od seba sa odlišujúcimi.

Aplikácia týchto pravidiel prináša dva dôležité dôsledky:

1. Nie je možné dosiahnuť žiadnu úplne čistú veľkú terciu (pomer 5/4).
2. Nie je možné dosiahnuť žiadnu úplne čistú malú terciu (pomer 6/5).

Čo i len jediná úplne čistá terciu by nevyhnutne viedla k porušeniu týchto pravidiel, spôsobila by vznik veľmi disonantnej kvinty alebo veľmi disonantných tercií.

Čisté ladenie

Doposiaľ povedané už stačí k tomu, aby sa mohlo pristúpiť k zostrojeniu ladenia rešpektujúceho všetky tieto požiadavky. Stojí za zmienku, že pri tejto práci mi veľmi výrazne pomáhali algoritmy, ktoré som vytvoril a naprogramoval, a to až do tej miery, že si zostrojenie tohto ladenia bez tejto pomoci ani neviem predstaviť.

Samozrejme som sa snažil dosiahnuť čo najviac čistých intervalov, menovite čistých kvínt a tercií. Ako však už bolo povedané, čisté tercie s pomermi 5/4 a 6/5 nemožno dosiahnuť bez toho, aby sme si spôsobili niektoré veľmi disonantné intervaly, a tým si urobili niektorú vzdialenú tóninu príliš disonantnou.

Našťastie som si mohol vypomôcť čiastočne čistými terciami 24/19, 34/27 a 19/16. Okrem toho som sa snažil ponechať v ladení tak veľa čistých (3/2) kvínt, ako to len bolo možné. Podarilo sa mi ich naladiť šesť, čo je v pomere k iným ladeniam dosť vysoké číslo. Siedmu už nemožno uspokojivo dosiahnuť, čo ešte objasním.

Čisté kvinty sú zvlášť pre klavír mimoriadne dôležité, nakoľko pri hre s pedálom vstupujú do rezonancie. Tento jav je ďaleko väčšieho významu a dosahu, než by sa mohlo zdať. Keď napríklad stlačím klávesu Ais s pedálom, vstupuje do rezonancie nielen vyššie Ais, ako tomu je u Rovnomerne temperovaného ladenia, ale navyše ešte aj vyššie F, pokiaľ je kvinta Ais – F v ladení čistá. Lenže keďže harmonická rada tónu F obsahuje ešte aj čistú kvintu F – C, vstúpia do rezonancie ešte aj vyššie tóny C, pokiaľ je kvinta F – C v použitom ladení čistá. Tieto prípady skutočne nastávajú v mnou zostrojenom ladení.

Ladenie sa mi podarilo zostaviť tak, že obsahuje okrem šiestich čistých kvínt ešte sedem čiastočne čistých veľkých tercií a šesť čiastočne čistých malých tercií. Pri povolnejšom pohľade na čiastočne čisté malé tercie by sme ich mohli napočítať aj deväť, pokiaľ by sme započítali aj jednu s pomerom 68 / 57 a dve s pomerom 81 / 68. Na druhej strane, jedna malá terciu 32/27 je pytagorejská a tú v žiadnom prípade nemožno pokladať za čistú.

Takýto vysoký počet čiastočne čistých intervalov pravdepodobne nedosahuje žiadne iné známe ladenie a nižšie sa pokúsim ukázať, že to už ani nemožno ďalej zlepšiť.

Zostrojené ladenie je založené na prvočíslach 2, 3, 17, 19. Prvočíslo 5 vzhľadom k tomu, že nemožno použiť čisté tercie, sa ukázalo byť prebytočným, nakoľko sa ním nedajú vytvoriť ani žiadne „dobré“ (splňujúce uvedené pravidlá) čiastočne čisté tercie ani kvinty.

Tóny zostrojeného Čistého ladenia dosahujú nasledovných hodnôt (uvedené sú pomery intervalov a hodnoty v centoch):

$$C : 1 = 0 \text{ centov}$$

$$Cis : 19/18 = 93,60 \text{ centov}$$

$$D : 272/243 = 195,18 \text{ centov}$$

$$Dis : 19/16 = 297,51 \text{ centov}$$

$$E : 361/288 = 391,12 \text{ centov}$$

$$F : 4/3 = 498,04 \text{ centov}$$

$$Fis : 38/27 = 591,65 \text{ centov}$$

$$G : 256/171 = 698,58 \text{ centov}$$

$$Gis : 19/12 = 795,56 \text{ centov}$$

$$A : 57/34 = 894,51 \text{ centov}$$

$$Ais : 16/9 = 996,09 \text{ centov}$$

$$H : 361/192 = 1093,07 \text{ centov}$$

Niektoré pomery sa na prvý pohľad môžu zdať vyššie, ale treba mať na mysli ešte pre násobovanie týchto pomerov, keď tvoria výsledný interval. Nasledujú analýzy kvint a tercií, v ktorých je to vidieť.

Analýza kvint

$$C \rightarrow G : \quad 1 \rightarrow 256/171 = 2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*1 / 3^*3^*19^*1 = 256 / 171 = 698,57698213692$$

$$Cis \rightarrow Gis : \quad 19/18 \rightarrow 19/12 = 19^*2^*3^*3 / 2^*2^*3^*19 = 3 / 2 = 701,95500086539$$

$$D \rightarrow A : \quad 272/243 \rightarrow 57/34 = 3^*19^*3^*3^*3^*3^*3 / 2^*17^*2^*2^*2^*2^*17 = 13851 / 9248 = 699,33220232381$$

$$Dis \rightarrow Ais : \quad 19/16 \rightarrow 16/9 = 2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2 / 3^*3^*19 = 256 / 171 = 698,57698213692$$

$$E \rightarrow H : \quad 361/288 \rightarrow 361/192 = 19^*19^*2^*2^*2^*2^*2^*3^*3 / 2^*2^*2^*2^*2^*2^*3^*19^*19 = 3 / 2 = 701,95500086539$$

$$F \rightarrow C : \quad 4/3 \rightarrow 1 = 2^*1^*3 / 1^*2^*2 = 3 / 2 = 701,95500086539$$

$$Fis \rightarrow Cis : \quad 38/27 \rightarrow 19/18 = 2^*19^*3^*3^*3 / 2^*3^*3^*2^*19 = 3 / 2 = 701,95500086539$$

$$G \rightarrow D : \quad 256/171 \rightarrow 272/243 = 2^*2^*2^*2^*2^*17^*3^*3^*19 / 3^*3^*3^*3^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2 = 323 / 216 = 696,60342303655$$

$$Gis \rightarrow Dis : \quad 19/12 \rightarrow 19/16 = 2^*19^*2^*2^*3 / 2^*2^*2^*2^*19 = 3 / 2 = 701,95500086539$$

A -> E : $57/34 \rightarrow 361/288 = 2^*19^*19^*2^*17 / 2^*2^*2^*2^*2^*3^*3^*3^*19 = 323 / 216 = 696,60342303655$

Ais -> F : $16/9 \rightarrow 4/3 = 2^*2^*2^*3^*3 / 3^*2^*2^*2^*2 = 3 / 2 = 701,95500086539$

H -> Fis : $361/192 \rightarrow 38/27 = 2^*2^*19^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*3 / 3^*3^*3^*19^*19 = 256 / 171 = 698,57698213692$

Celkovo : 2 x 696,6 3 x 698,6 1 x 699,3 6 x 702

Analýza velkých tercíí

C -> E : $1 \rightarrow 361/288 = 19^*19^*1 / 2^*2^*2^*2^*2^*3^*3^*1 = 361 / 288 = 391,11603053383$

Cis -> F : $19/18 \rightarrow 4/3 = 2^*2^*2^*3^*3 / 3^*19 = 24 / 19 = 404,44198473308$

D -> Fis : $272/243 \rightarrow 38/27 = 2^*19^*3^*3^*3^*3^*3 / 3^*3^*3^*2^*2^*2^*17 = 171 / 136 = 396,46760836267$

Dis -> G : $19/16 \rightarrow 256/171 = 2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2 / 3^*3^*19^*19 = 4096 / 3249 = 401,06396600462$

E -> Gis : $361/288 \rightarrow 19/12 = 19^*2^*2^*2^*2^*2^*3^*3 / 2^*2^*3^*19^*19 = 24 / 19 = 404,44198473308$

F -> A : $4/3 \rightarrow 57/34 = 3^*19^*3 / 2^*17^*2^*2 = 171 / 136 = 396,46760836267$

Fis -> Ais : $38/27 \rightarrow 16/9 = 2^*2^*2^*2^*3^*3^*3 / 3^*3^*2^*19 = 24 / 19 = 404,44198473308$

G -> H : $256/171 \rightarrow 361/192 = 19^*19^*3^*3^*19 / 2^*2^*2^*2^*2^*2^*3^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2 = 20577 / 16384 = 394,4940492623$

Gis -> C : $19/12 \rightarrow 1 = 2^*1^*2^*2^*3 / 1^*19 = 24 / 19 = 404,44198473308$

A -> Cis : $57/34 \rightarrow 19/18 = 2^*19^*2^*17 / 2^*3^*3^*3^*19 = 34 / 27 = 399,09040690424$

Ais -> D : $16/9 \rightarrow 272/243 = 2^*2^*2^*2^*2^*17^*3^*3 / 3^*3^*3^*3^*3^*2^*2^*2^*2 = 34 / 27 = 399,09040690425$

H -> Dis : $361/192 \rightarrow 19/16 = 2^*19^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*3 / 2^*2^*2^*2^*19^*19 = 24 / 19 = 404,44198473308$

Celkovo : 1 x 391,1 1 x 394,5 2 x 396,5 2 x 399,1 1 x 401,1 5 x 404,4

Analýza malých tercíí

C -> Dis : $1 \rightarrow 19/16 = 19^*1 / 2^*2^*2^*2^*1 = 19 / 16 = 297,5130161323$

Cis -> E : $19/18 \rightarrow 361/288 = 19^*19^*2^*3^*3 / 2^*2^*2^*2^*2^*3^*3^*19 = 19 / 16 = 297,5130161323$

D -> F : $272/243 \rightarrow 4/3 = 2^*2^*3^*3^*3^*3^*3 / 3^*2^*2^*2^*2^*17 = 81 / 68 = 302,86459396114$

Dis -> Fis : $19/16 \rightarrow 38/27 = 2^*19^*2^*2^*2^*2 / 3^*3^*3^*19 = 32 / 27 = 294,13499740384$

E -> G : $361/288 \rightarrow 256/171 = 2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*2^*3^*3 /$

$$3^3 \cdot 19^3 = 8192 / 6859 = 307,46095160309$$

$$F \rightarrow G_{is} : 4/3 \rightarrow 19/12 = 19^3 / 2^2 \cdot 3^2 = 19 / 16 = 297,5130161323$$

$$F_{is} \rightarrow A : 38/27 \rightarrow 57/34 = 3^3 \cdot 19^3 / 2^2 \cdot 17^2 = 81 / 68 = 302,86459396114$$

$$G \rightarrow A_{is} : 256/171 \rightarrow 16/9 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 19 / 3^3 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 19 / 16 = 297,5130161323$$

$$G_{is} \rightarrow H : 19/12 \rightarrow 361/192 = 19^2 \cdot 19^2 \cdot 2^2 \cdot 3 / 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 19 = 19 / 16 = 297,5130161323$$

$$A \rightarrow C : 57/34 \rightarrow 1 = 2^1 \cdot 2^2 \cdot 17 / 1^3 \cdot 19 = 68 / 57 = 305,48739250272$$

$$A_{is} \rightarrow C_{is} : 16/9 \rightarrow 19/18 = 2^1 \cdot 19^3 \cdot 3^3 / 2^2 \cdot 3^3 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 19 / 16 = 297,5130161323$$

$$H \rightarrow D : 361/192 \rightarrow 272/243 = 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 17^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 2^2 \cdot 3 / 3^3 \cdot 3^3 \cdot 3^3 \cdot 19^3 = 34816 / 29241 = 302,10937377425$$

$$\text{Celkovo : } 1 \times 294,1 \quad 6 \times 297,5 \quad 1 \times 302,1 \quad 2 \times 302,9 \quad 1 \times 305,5 \quad 1 \times 307,5$$

Podrobnejšie a prehľadnejšie intervalové analýzy Čistého ladenia aj mnohých iných ladení je možné nájsť na mojich stránkach:

<http://pure-tuning.net/scripts/temperaments-comparison.php>

Vlastnosti

Nemožno toto ladenie vystihnúť lepšie než práve jeho názvom – „čisté“. Samozrejme tým nie je myslené, že by všetky intervaly v ňom sa vyskytujúce boli prísne vzaté čisté – také ladenie nie je možné zostrojiť, ako už bolo zmienené. Slovo „čisté“ vystihuje, že všetky intervaly sú v priemere čo najviac čisté, ako je to len teoreticky možné, čo ešte doložím.

Pri použití Čistého ladenia dochádza ku značnej rezonancii. Táto nastáva práve kvôli čistote intervalov. Dôsledkom je väčšia výraznosť jednotlivých tónov aj ich alikvótnych tónov, čo dodáva hudbe jasnejšie obrysy, je v nej menej zvukového „šumu“.

Ako ďalšie možno uviesť, že tóny a akordy znejú v tomto ladení harmonickejšie. To nie je subjektívne merané, ale je to opäť ľahko doložiteľné tým, že čistá harmónia vychádza z čistých intervalov, a tých je v tomto ladení veľmi mnoho. Pre porovnanie, v Rovnomerne temperovanom ladení nie je okrem oktávy (a primy) ani jediný interval čistý.

Lenže uvedené prináša ešte ďalšie praktické dôsledky, priamo pre samotnú hru na klavíri. Toto je síce čiastočne vecou vkusu, lenže Čisté ladenie skutočne umožňuje pri skladbách častejšie používanie pedálu, než je to možné pri použití Rovnomerne temperovaného ladenia – pri ňom dochádza k nakopeniu disharmónií rýchlejšie, čo si vynucuje ich prerušenie, ku ktorému dochádza udusením strún pri povolení pedálu. Častejšie používanie pedálu ako priamy dôsledok však spôsobuje ešte väčšiu výraznosť a harmonicnosť zvuku nástroja.

Dojmy z hrania je samozrejme možné podať iba subjektívne, ale výsledky sú nasledovné: Na klavíri hrajem akúkoľvek hudbu pre klávesové nástroje z akéhokoľvek obdobia, a to veľmi uspokojivo. Najkrajšie vyznie tá hudba, v ktorej je možné čo najviac používať pedál, a to je prevažne najmodernejšia hudba, napríklad klavírne prepisy mnohých filmových či populárnych skladieb. Toto je vlastne veľmi paradoxné, nakoľko táto hudba bola priamo písaná pre Rovnomerne temperované ladenie, no v Čistom ladení s častým využitím pedálu

vyznie mimoriadne dobre.

Zvlášť pri baroknej hudbe je situácia podstatne iná. Tu je kvôli skladateľskému slohu možné používať pedál iba výrazne menej. Tak je to ostatne aj pri Rovnomerne temperovanom ladení použitom na barokné skladby. No v tejto oblasti ťaží Čisté ladenie z kontrastu tónin a nálad, ktorý obsahuje a ktorý je blízky dobovým ladeniam a vďaka ktorému aj modulácie vyznejú autentickejšie než v Rovnomerne temperovanom ladení. Taktiež je tu prednosťou Čistého ladenia, že tóniny s málo krížikmi a béčkami v ňom znejú veľmi stabilne a konsonantne, výrazne lepšie než v Rovnomerne temperovanom ladení. Čisté ladenie je preto možné veľmi úspešne a do značnej miery autenticky použiť na tú hudbu, kde sa očakáva niektoré staré ladenie, najmä z rodiny Well ladení, ktoré sa používali od vrcholného baroka až po romantizmus.

Ostatné vlastnosti už boli uvedené v samotných požiadavkách na toto ladenie, ktoré som uviedol vyššie, a ktoré toto ladenie splňuje; ostatne bolo práve podľa nich zostrojené.

Porovnanie s historicky používanými ladeniami

S Rovnomerne temperovaným ladením: Čisté ladenie je o niečo výraznejšie, harmonickejšie, podobne univerzálne, starú hudbu písanú pre Well ladenie umožňuje hrať autentickejšie, na rozdiel od Rovnomerne temperovaného ladenia obsahuje kontrast tónin, pričom je medzi nimi možné podobne ako v ňom plynule modulovať.

S Well ladeniami: Čisté ladenie je o niečo výraznejšie, harmonickejšie, vo veľkej väčšine prípadov viacej univerzálne, nakoľko Well ladenia väčšinou neumožňujú príliš uspokojujú hru vo vzdialených tóninách. Spoločný je kontrast tónin a vo väčšine prípadov aj možnosti modulácie.

So stredotónovými ladeniami: Čisté ladenie je stredotónovým ladeniam podobné v tom, že má veľmi dobré tercie, mnoho z nich je čiastočne čistých, i keď žiadna celkom čistá. Stredotónové ladenia však neobsahujú čisté kvinty, čím je ich rezonancia a výraznosť nižšia než u Čistého ladenia (na tom sa spolupodielajú tiež vlčie intervaly). Stredotónové ladenia nie sú univerzálne, nakoľko mnohé intervaly a tóniny v nich sú vlčie, teda celkom nehrateľné. Kontrast tónin neobsahujú – prítomné sú iba 2 druhy – hrateľné a nehrateľné tóniny. Modulácia je bezproblémová, ale možná iba v rámci hrateľných tónin.

S Pytagorovým ladením: Toto porovnanie si možno ušetriť, nakoľko je toto ladenie kvôli svojim všetkým veľmi disonantným veľkým i malým terciám celkom nevhodné pre použitie v kontexte európskej harmónie.

Obecne možno zhrnúť, že pomerná čistota Čistého ladenia, ktorá pochádza z jeho malých celočíselných pomerov intervalov, šiestich čistých kvínt a mnohých čiastočne čistých tercií, spôsobuje, že toto ladenie znie oproti každému tu spomenutému ladeniu harmonickejšie a výraznejšie. O možnosti alebo nemožnosti zostrojenia ladenia, ktoré by bolo ešte harmonickejšie, budem hovoriť v nasledovnej stati.

O možných iných čistých ladeniach

Čisté ladenie samozrejme nie je zďaleka jediné, ktoré by bolo postavené na celočíselných pomeroch. V modernej dobe vyvstáva stále viacej takýchto ladení. Spravidla sa označujú podľa limitného, teda najvyššieho prvočísla, ktoré obsahujú. Z tohto hľadiska je napríklad Pytagorovo ladenie 3-limitným ladením, zatiaľčo Čisté ladenie je 19-limitné.

Tieto ladenia majú samozrejme z podstaty svojho pôvodu a stavby k Čistému ladeniu

najbližšie, bližšie než historicky používané ladenia (jedným z mála historicky používaných limitných ladení je práve uvedené Pytagorovo ladenie). V nich sa spravidla vyskytuje mnoho rôznych čistých intervalov, ako aj kontrast tónin. Horšie to už väčšinou býva s vyváženosťou a najmä s univerzálnosťou. Pokiaľ tieto ladenia neobsahujú priamo vlčie intervaly, tak obsahujú spravidla aspoň niektoré veľmi disonantné intervaly, typicky pytagorejské veľké tercie, ktoré spôsobujú veľkú disonantnosť, a teda nie sú použiteľné pre každú hudbu. Limitné ladenia sú v tomto ohľade vlastne veľmi podobné Well ladeniam.

Pomocou už uvedených pravidiel, ktoré som vymedzil, som sa snažil maximálne obmedziť disonantnosť vzdialených tónin, a pritom zároveň uchovať v ladení čo najviac čistých a čiastočne čistých intervalov. Vysvetliť, ako presne som to urobil, by vyžadovalo veľmi dlhý popis vrátane popisu fungovania algoritmov, ktoré som naprogramoval, a to si tu ušetrim, nakoľko to nie je až tak podstatné. Pokúsim sa však v rámci možnosti dokázať, že dosiahnutý výsledok je správny a že ho už nemožno ďalej zlepšiť, to znamená zostrojiť ladenie, ktoré by bolo ešte harmonickejšie a tým aj výraznejšie než Čisté ladenie.

Vychádzajme teda z Čistého ladenia a pokúsme sa jeho vlastnosti ešte ďalej zlepšiť, urobiť ho ešte viacej harmonickým. O čo sa je možné pokúsiť?

1. **Dodať iné prvočísla.** Lenže ladenie už obsahuje prvočísla 2, 3, 17, 19. Prvočíslom 5 nemožno vytvoriť žiadnu použiteľnú čiastočne čistú terciu či čistú kvintu, ako som už uviedol, a jeho použitie by viedlo iba k zvýšeniu číselných pomerov, prípadne k strate stávajúcich čistých intervalov, alebo k porušeniu stanovených pravidiel. Že iné prvočísla nie sú vhodné, som už zdôvodnil v stati Harmonické rady. Že ich nemožno použiť menej, je zase dané tým, že by sa stratili tie čiastočne čisté tercie, ktoré v ladení teraz sú.
2. **Dodať siedmu čistú kvintu.** To však nie je možné bez toho, aby sa niektorá iná kvinta stala menšou než 696 Hz. Do úvahy by najlepšie prichádzala kvinta D – A, aby sa stala čistou, to by však kvinty G – D aj A – E skončili na približne 695 Hz, čo nie je uspokojivé; okrem toho by to porušilo čiastočne čisté malé tercie D – F a G – Ais.
3. **Dodať ďalšiu čiastočne čistú terciu.** To však už vôbec nie je možné. Je sa možno ľahko presvedčiť, že nech posuniem ktorýkoľvek tón ktorýmkoľvek smerom, buď tým naruším niektorú čistú kvintu, alebo niektorú čiastočne čistú terciu.
4. **Pokúsiť sa posunutím niektorého tónu dodať nejaký iný čistý interval.** Vysvetlenie k bodu 3 však ukazuje, že by sme tým, čo sa týka harmonickej, viacej stratili než získali.

Tým je ukázané, že Čisté ladenie už nemožno ďalej zlepšiť. Lenže zostrojiť nejaké iné ladenie na prvočíslach 2, 3, 17, 19, ktoré by dosahovalo aspoň rovnaký počet čistých a čiastočne čistých intervalov, nie je možné – presnejšie, bolo by to možné dosiahnuť iba pomocou väčších čísiel v pomeroch, než aké používa Čisté ladenie, ktoré však vo výsledku vedú k menej harmonickému ladeniu (čím väčšie číslo, tým menej čistý interval).

Vhodné najmenšie možné pomery zostavené z prvočísiel 2, 3, 17, 19 sú už v tomto ladení obsiahnuté a sú ním vyčerpané. Je to možné dokázať prejdением všetkých možností, nakoľko vhodných násobkov týchto prvočísiel nie je zase až tak veľa.

Postup ladenia podľa sluchu

Pre praktické použitie tu uvediem návod, ako Čisté ladenie naladiť podľa sluchu. Ako referenčný tón využijem nie komorné A, ale stredné C, ktoré leží pod ním. To je možné naladiť na želanú výšku napríklad pomocou digitálnej ladičky. Ako kmitočet sa zdá byť

vhodné z technických, historických aj filozofických dôvodov použiť $C = 256$ Hz. Pri tom vychádza komorné A približne na 429,18 centov. To je o niečo málo, približne o štvrttón, nižšie než dnešná norma $A = 440$ Hz.

Navrhovaná norma je bližšie k historicky používaným normám než dnešné pomerne vysoké $A = 440$ Hz. Pravda, normy sa počas histórie menili obomi smermi, ale predsa len prevažná časť hudby baroka, klasicizmu a romantizmu počítala s o niečo nižším ladením.

Technicky je ladiť toto ladenie podľa $C = 256$ Hz jednoduchšie, nakoľko rýchlosti kmitaní vychádzajú v mnohých prípadoch ako celé čísla, ktoré sa dajú dobre ladiť podľa sluchu a ktoré presné ladenie podľa sluchu uľahčujú či dokonca vôbec umožňujú.

Filozofický dôvod je ten, že 256 je mocninou čísla 2, a to znamená, že rôzne vysoké C budú mať pri takejto pozmenenej norme výšku presne 1 Hz, 2 Hz, 4 Hz, 8 Hz, 16 Hz, 32 Hz, 64 Hz, 128 Hz, 256 Hz atď. Začína sa teda od jednotky, od presne jedného kmitu (tu sa myslí kmitanie zvuku) za sekundu. I keď, samozrejme, tóny pod 16 Hz nie sú ľudským ušom počuteľné.

V prípade potreby je samozrejme možné ladiť Čisté ladenie aj na normu $A = 440$ Hz, čo bude v súčasnosti pre väčšinu nástrojov potrebné, lebo sú na to stavané. Je akurát potrebné hodnoty, ktoré tu uvediem, prepočítať, prípadne použiť ladičku.

Nasleduje návod ladenia, ktorý je prispôsobený na mnou upravenú normu:

1. Naladíme stredné $C = 256$ Hz (prípadne veľké $C = 64$ Hz)
2. Naladíme čistú kvintu $F - C$
3. Naladíme čistú kvintu $Ais - F$
4. Naladíme čiastočne čistú 19/16 malú terciu $C - Dis$ (297,51 centov, na kontra C 2 kmitu / s)
5. Naladíme čisté kvinty (alebo kvarty) $Fis - Cis - Gis - Dis$
6. Naladíme čiastočne čistú 19/16 malú terciu $G - Ais$ (297,51 centov, na kontra G 3 kmitu / s)
7. Naladíme čiastočne čistú 19/16 malú terciu $Gis - H$ (297,51 centov, na kontra Gis 3,17 kmitu / s)
8. Naladíme čistú kvintu (alebo kvartu) $E - H$
9. Naladíme čiastočne čistú 34/27 veľkú terciu $A - Cis$ (399,09 centov, na kontra A 2 kmitu / s)
10. Naladíme čiastočne čistú 34/27 veľkú terciu $Ais - D$ (399,09 centov, na kontra Ais 2,11 kmitu / s)

Ako skúšku správnosti toho, či sú jednotlivé tóny naladené skutočne správne, je možné využiť aj alternatívny postup ladenia:

1. Naladíme $C = 256$ Hz
2. Naladíme čistú kvintu $F - C$
3. Naladíme čistú kvintu $Ais - F$
4. Naladíme kvartu $G - C$, kmitanie 1,5 /sec (3 kmitu za 2 sekundy)
5. Naladíme kvintu $G - D$, kmitanie 1,77 /sec (7 kmitov za 4 sekundy)
6. Naladíme veľkú terciu $C - E$, kmitanie 3,56 /sec (7 kmitov za 2 sekundy)

7. Naladíme kvintu A – E, kmitanie 2 /sec
8. Naladíme čistú kvartu H – E
9. Naladíme kvintu H – Fis, kmitanie 1,41 /sec (7 kmitov za 5 sekúnd)
10. Naladíme čisté kvinty (alebo kvarty) Fis – Cis – Gis – Dis

Obsiahle tabuľky kmitov pre Čisté ladenie, vrátane prepočtu na normu A = 440 Hz, je možné nájsť na nasledovnej adrese:

<http://pure-tuning.net/how-to-tune/>

Pri tom je potrebné uviesť, že sa počíta s ladením čistých oktáv podľa sluchu, čím vo výsledku, v prípade ladenia klavíru, môže vzniknúť viac alebo menej strečované ladenie, to jest jednotlivé oktávy budú takej veľkosti, aby na príslušnom klavíri zneli čo najčistejšie, a to na úkor toho, že nebudú presnej veľkosti 1200 centov. Vždy ide o to, naladiť všetky tóny v niektorej oktáve, a potom ladením čistých oktáv toto ladenie strečovane preniesť na všetky struny. Dosiahnuť sa to dá viacerými spôsobmi a je na uvážení každého ladiča, ako bude postupovať, prípadne či si vypomôže digitálnou ladičkou.

Pomocou uvedeného strečovania je snaha ladiť struny klavíru čo najčistejšie, a to napriek tomu, že zvlášť struny pianína a alikvótne tóny nimi produkované vykazujú veľké harmonické odchýlky. Samozrejme, výsledok bude primeraný použitému nástroju, vždy by však dobre naladené Čisté ladenie malo znieť na danom nástroji o niečo čistejšie než ľubovoľné iné ladenie.

Praktické ukážky

Ukážky Čistého ladenia a Rovnomerne temperovaného ladenia na klavíri, pre účely porovnania použitá norma A = 440 Hz, si je možné vypočítať tu:

<http://pure-tuning.net/examples/>

Čisté ladenie je tiež použité v celom mojom klavírnom albume Trojlístok z ľadu, kde je počuť všetky tóniny:

<http://orchestralnahudba.sk/skladby/cd/#trefoil>

Noty k týmto skladbám sú k dispozícii tu:

<http://orchestralnahudba.sk/noty/>

Záver

V rámci najlepšej snahy som zostrojil a vysvetlil princípy ladenia, ktoré chce byť lepšou náhradou Rovnomerne temperovaného ladenia. Do akej miery sa mi to podarilo, je samozrejme na posúdení každého.

Uvedené vysvetlenia sú v podstate iba načrtnuté. Bolo by ich možné ďalej rozviesť v samostatných prácach či štúdiách, ktoré by obsahovali asi viacej matematiky a fyziky než hudby.

Povedané nepovažujem nijako za „dokázané“, skôr iba za „ukázané“. Môže to slúžiť k ďalšej diskusii, k ďalším prácam, ale hlavne k praktickému úžitku z nového ladenia, ktoré nie je problém naladiť a vyskúšať na ktoromkoľvek klavíri, čembale či organe a počúvať tak čistejšie harmónie.